

# Plano de Ensino: Funções de Várias Variáveis. Quadrimestre Suplementar 2020

Turmas NA2BCN0407-15SA e NB2BCN0407-15SA

## Docente:

Francisco J. Gozzi.  
Sala 508-2, Bloco A - Campus Santo André.  
gozzi.f@ufabc.edu.br  
<https://fjgozzi.wordpress.com/>

## Descrição do curso:

Código: BCN0407-15.  
Quadrimestre: QS  
T-P-I: 4-0-4  
Carga Horária: 48 horas.

## Recomendações:

Geometria analítica (GA) e Funções de Uma Variável (FUV).

## AVA:

Todas as informações, comunicações, aulas, atividades formativas e avaliações, serão disponibilizadas e geridas a partir da plataforma Moodle do curso cujo endereço eletrônico é o seguinte:

<https://moodle.ufabc.edu.br/course/view.php?id=524>

## Aulas:

A alocação oficial da turma Turmas NA2BCN0407-15SA é nas Quartas das 21:00 às 23:00 e Sextas das 19:00 às 21:00h, em frequência semanal.

A alocação oficial da turma NB2BCN0407-15SA é nas Quartas das 19:00 às 21:00h e Sextas das 21:00 às 23:00, em frequência semanal.

Teremos web-aulas síncronas fixas somente nas Quartas, uma por cada turma. O horário de Sextas será reservado para eventuais consultas e orientações individuais ou em grupo.

O conteúdo teórico-prático será fornecido integralmente de modo assíncrono tanto por leituras como video-aulas (recursos externos ou produção própria). Assim, as aulas semanais pretendem ser uma espaço participativo de problematização, consulta ou reflexão da unidade. As aulas terão formato de sala aberta (instrumentada por meet.jit.si) e não de web-conferência unidirecional.

Não será cobrada presença virtual nas web-aulas, conforme orientação das resoluções que regulamentam o Quadrimestre Suplementar (QS). As atividades desenvolvidas neste espaço não serão obrigatórias.

As aulas serão gravadas exclusivamente pelo professor, quem disponibilizará as mesmas cabendo eventual edição posterior. A princípio teremos o canal de youtube [https://www.youtube.com/channel/UCE60SFom0os01Waz41UVU7Q?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCE60SFom0os01Waz41UVU7Q?view_as=subscriber) Eventualmente os arquivos poderão ser disponibilizados em repositório alternativo com endereço eletrônico para descarga compartilhado no Moodle do curso.

## Consultas:

O canal preferencial de atendimento de consultas do curso será a própria web-aula semanal. No foro acadêmico do curso espera-se que prime a interação aluno-aluno com eventual participação do professor ou monitor. As dúvidas que persistirem devem ser trazidas à tona nas web-aulas síncronas. Se houver um acúmulo de dúvidas e questões pendentes será disponibilizada aula síncrona especial no horário das Sextas.

Será disponibilizada informação sobre as monitorias comuns às turmas, dependendo da coordenação do curso.

Os alunos que tenham dificuldade de acesso poderão propor outros meios de comunicação.

As dúvidas normativas ou administrativas de caráter geral serão tratadas no "Forum café" do ambiente Moodle específico à turma. Questões privadas ou sensíveis devem ser dirigidas diretamente ao correio eletrônico do professor.

## Avaliação:

Os alunos serão avaliados por três tipos de atividades assíncronas: questionários com correção automática (Q), trabalhos práticos grupais (TP) e Exercícios (E). As primeiras duas ficarão disponíveis por pelo menos 7 dias enquanto os exercícios individuais se equiparam a uma prova online, a qual fica disponível por 3 dias e ter tempo cronometrado de realização igual a 2h com bônus de 15' para digitalização de manuscrito, totalizando 2:15h (2 horas 15 minutos).

### Atividades Individuais

- Os Questionários de Moodle são exercícios de múltipla escolha. Haverá um Questionário por unidade. A nota atribuída a estes pode variar entre os diferentes Questionários.
- Os exercícios são atividades típicas de prova escrita. Serão requeridos dois Exercícios manuscritos correspondentes às unidades de "Diferenciabilidade" e de "Integrais".

### Atividades grupais

Os grupos serão formados automaticamente e aleatoriamente pela função do próprio Moodle. Os grupos terão entre 5 e 6 integrantes inicialmente. Não haverá remanejamento de indivíduos entre os grupos por desistência ou atrito interno a não ser em casos excepcionais sob critério do professor.

- Serão requeridos 3 trabalhos práticos correspondentes às unidades de "Funções", "Limites e Continuidade", e "Extremos". Os trabalhos práticos poderão ser publicados pelo professor para acesso a todos os integrantes do curso.

Em todos os casos, as datas de entrega das atividades, as orientações pertinentes e o peso na média final, assim como a devolução de nota e comentários da correção (feedback) será feita pelo próprio Moodle.

As atividades estão planejadas para requerer equipamento mínimo, a saber, celular com câmera ou computador com câmera ou scanner, e conectividade à internet.

Nas Exercícios e TPs, será avaliada a compreensão dos temas e a capacidade e clareza na resolução de problemas. Os formatos para submissão digital serão apenas o .pdf ou .jpeg. A legibilidade e correta digitalização será responsabilidade de cada aluno/grupo.

## Dos Prazos e Substitutivas:

Dado que todas as atividades são disponibilizadas com período de realização de pelo menos 3 dias

(Exercícios), 7 dias (Questionários) e 10 dias (TPs), não serão previstas instâncias substitutivas. O professor se reserva a possibilidade de disponibilizar atividades substitutivas ou extras na décima primeira semana de atividades.

### Conceitos:

A média preliminar corresponderá à soma ponderada das atividades. O peso total por tipo de avaliação é de:

$$M = 0,30 * TP + 0,40 * E + 0,30 * Q$$

onde  $E$  corresponde aos exercícios individuais,  $TP$  são os trabalhos práticos grupais (cada um com peso diferente) e  $Q$  corresponde aos questionários individuais (cada um com peso diferente) .

O docente se reserva o direito de aumentar a nota final em função da participação do aluno nas diferentes atividades síncronas e assíncronas, com especial menção à participação na web-aula, nos diferentes foros, no "Mural livre", e no "Glossário Matemático". Esta avaliação nunca será negativa, sendo garantido ao aluno o mínimo dado pela média  $M$ .

Os conceitos finais serão atribuídos de acordo com a tabela embaixo a partir da média final (média preliminar + conceito).

<i>Conceito</i>	<i>Intervalo</i>
A	$M \geq 8.5$
B	$7 \leq M < 8.5$
C	$5 \leq M < 7$
D	$4.5 \leq M < 5$
F	$M < 4.5$

Não haverá controle de frequência por tratar-se do Quadrimestre Suplementar com a sua normativa específica. Portanto não será lançado o conceito **O**. Os alunos que reproverem com conceito preliminar  $F$  não terão a nota no histórico.

### Exame de recuperação:

Será aplicado um exame de recuperação que englobará todo o conteúdo da disciplina para aqueles alunos com conceito preliminar  $D$  ou  $F$ . Este exame será instrumentado nas últimas semanas do curso de modo assíncrono, cronometrado, e com correção automática, disponível por um período mínimo de 3 dias. A nota atribuída ao exame recuperatório será promediada diretamente com a média preliminar.

### Ementa:

Trata-se da Ementa oficial do curso disponível em <http://gradmat.ufabc.edu.br/disciplinas/fvv/>

Curvas. Parametrização de Curvas. Domínios, curvas de nível e esboço de gráficos. Limite e continuidade. Derivadas parciais. Diferenciabilidade. Derivada direcional. Regra da cadeia. Funções implícitas. Máximos e mínimos. Multiplicadores de Lagrange. Integrais duplas e triplas. Mudança de variáveis. Integração em coordenadas polares, cilíndricas e esféricas. Aplicações no cálculo de áreas e volumes.

### Planificação:

A ordem expositiva é uma variação do cronograma oficial. A planificação específica do curso com o cronograma e descrição detalhada das atividades está disponível no documento anexo "Mapa de Atividades".

**Bibliografia básica:**

- 1 APOSTOL, Tom M. Calculus. 2 ed. New York: Wiley, 1969. v. 2. 673 p.
- 2 MARSDEN, J. E.; TROMBA, A. J. Vector Calculus. 5th ed. New York: W. H. Freeman & Company, 2003.
- 3 H. L. Guidorizzi, Um Curso de Cálculo, Volumes 2 e 3 (5a. edição). LTC, 2001, 2002
- 4 STEWART, James. Cálculo. 5 ed. São Paulo: Thomson Learning, 2006. v. 2. 584 p.

**Bibliografia complementar:**

- 5 H. Anton, Cálculo, Volume 2 (8a. edição). Bookman, 2007
- 6 G. B. Thomas, Cálculo, Volume 2 (10a. edição). Pearson, 2003
- 7 W. Kaplan, Cálculo Avançado, Volume I. Edgard Blücher, 1991
- 8 C. H. Edwards, Jr., D. E. Penney, Cálculo com Geometria Analítica, Volumes 2 e 3 (4a. edição). Prentice-Hall, 1997

## Mapa de Atividades

Disciplina: FVV  
Docente: gozzi.f

Quadrimestre: QS

Carga horária total prevista: 48h.

Semana	Unidade	Subunidade	Objetivos específicos	Atividades <b>teóricas</b> , recursos midiáticos e ferramentas	Atividades <b>práticas</b> , mídias, ferramentas e <b>outros materiais e atividades complementares</b>
1	1	0 - Ambientação	Familiarização com o AVA (prazos das atividades, formas de submissão e participação). Escolha da bibliografia. Organização dos grupos de trabalho.	v0.1 Boas-vindas (Dinâmica do curso no AVA) v0.2 Cronograma do curso v0.2 Apresentação pessoal, canais de comunicação. v0.3 Recado (termo e autoavaliação) v0.4 Da bibliografia. v0.5 Como fazer as listas. v0.6 Participação nos Fóruns, grupos e aulas. v0.7 Foro de voz v0.8 Digitalização e submissão Links aos repositórios. Links às listas de exercícios.	Postar no foro do (sub)grupo. Atividade tipo "Lição" sobre canais de comunicação e convivência digital.. Dicionário matemático (glossário colaborativo), comum a todas as unidades.  Plano de ensino Termo de compromisso. Fórum café
	2	Funções	Conceito de função. Noções de conjuntos. Domínio, imagem, pre-imagem. Gráfico aproximado. Conjuntos de nível. Curvas. Composição de funções.	Especificar uma função (A1) por extenso. Identificar/classificar(A2) exemplos de funções conhecidas e extrapolar(A3) a duas, três e mais dimensões. Analisar e computar imagem e domínio máximo de definição (A4.2). Realizar um gráfico aproximado total e dos conjuntos de nível (A3). Interpretar parametrizações de curvas no plano e no espaço (A2), construir variações (A3). Identificar composições de funções (A2). Reconhecer composições de funções (A1).  Leitura J. Stewart 14.1  Página com introdução e vídeos: v1.1 Funções de FUV a FVV, Exemplos v1.2 formalismo, composição, restrição e projeção. v1.3 Funções operações com funções, domínio max. v1.4 Conjuntos de nível.	Foro da unidade Atividade lúdica App Geogebra Atividade grupal funções.  Questionário com feedback automático (sem nota, função diagnóstica).
	1			Reconhecer funções em situações práticas (A1). Comparar e questionar o papel de "variáveis" e "constantes" (A4). Reconhecer composições (A1). Determinar conjuntos de nível (A1,A4).	Web aula síncrona: problematização dos videos, consultas e orientação dos projetos grupais.

	2	Limites e continuidade.	Limite em um ponto. Propriedades. Cotas. Noções topológicas do espaço euclídeo.	Interpretar a definição de limite (A2). Aplicar propriedades básicas da álgebra dos limites (A3), extrapolar para várias variáveis (A3). Provar limites acotando (comparando, A4).	Leitura J. Stewart 14.2 V2.1 conceito de limite V2.2 propriedades, zero x acotado, V2.3 exemplos de uso	Foro da unidade
	2		Coordenadas polares. Curvas contínuas e limites. Critérios para inexistência de limites.	Interpretar o produto interno entre vetores (A2). Reconhecer conjuntos abertos e fechados (A1, A4). Parametrizar (aplicar ou construir) curvas passando por um ponto (A3, A4). Utilizar sistemas de coordenadas para descrever conjuntos. Enunciar critério de inexistência (A1).	Recursos externos, vídeo: v2.4: geometria analítica, prod. Interno e Cauchy-Schwartz v2.5 Funções trigonométricas e as coordenadas polares. Leitura J Stewart 10.3  Página com orientação e vídeos V2.6 aplicações funções e à descrição de conjuntos. V2.7 noções topológicas no espaço euclídeo.  Web aula síncrona de orientação por grupos.	Questionário com feedback automático, formativo.  Entrega TP1.
3	2	Limites e continuidade.	Definição e propriedades. Continuidade. Continuidade unif. Critérios para inexistência de limites. Composição de contínuas.	Aplicar o critério (A3) em exemplos identificados de inexistência. Interpretar (A2) as definições de limites e continuidade com lógica proposicional e comparar-lhas (A4). Provar limites acotando (comparando, A4). Reconhecer composições e funções contínuas clássicas (A1). Entender/interpretar a prova da composição (A2).	V2.8 defn. limites e continuidade, cont. uniforme v2.9 composição de limites existentes, critério de inexistência. v2.10 aplicação do critério e exemplos de uso. Leitura	Questionário com feedback automático e nota.
	2		Aula prática, exemplos.	Implementar cálculos "prospectivos" de limites (A3). Organizar uma prova (A4). Analisar a existência de limites (A4). Estender o domínio de definição com continuidade (A4).	Web aula síncrona encerramento assunto limites.	Arriscar resposta correta online via mentimeter. Perguntas e respostas ao vivo. Trabalho prático grupal: TP2 - Limites .  Autoavaliação
4	2	Diferenciabilidade	Derivadas direcionais e derivadas parciais. Teorema de Clairaut (sem prova). Derivadas de ordem superior. Aproximação linear e quadrática.	Definir uma derivada direcional (A1). Computar derivadas de ordem superior de funções regulares (A3). Definir (A1) e computar (A3) a aproximação linear em um ponto. Utilizar uma aproximação para estimação de valor (A3).	V3.1 derivada direcional v3.2 derivadas de ordem superior, $C^k$  Leitura J Stewart 14.3.	Foro da unidade Questionário com feedback automático, formativo.

	2		Tangência e definição de diferenciabilidade para funções a valores reais.	Interpretar graficamente a relação de tangência (A2). Interpretar a definição de diferenciabilidade (A2). Aplicar a definição e os critérios de limites à determinação de diferenciabilidade (A3).	v3.3 aprox. Linear, gradiente v3.4 diferenciabilidade v3.5 estudo de casos v3.6 tangencia  Leitura J Stewart 14.4.	Entrega TP2 Atividade lúdica: applet de geogebra para desenho de planos tangentes.
5	2		Matriz diferencial. Diferenciabilidade em geral. Regra da cadeia. Gradiente e derivadas direcionais, aplicações. Critério de diff. $C^1$ .	Reconhecer composições de funções diferenciáveis (A1). Entender a prova da Regra da cadeia (A2). Analisar diferenciabilidade (A4). Computo de derivadas direcionais via gradiente (A3). Interpretar o gradiente (A2). Identificar funções $C^1$ (A1,A3). Aplicar o critério (A3).	. V3.7 matriz diferencial. v3.8 regra da cadeia e uso v3.9 prova da regra da cadeia v3.10 aplicações de gradiente Leitura J Stewart 14.5, 14.6	Questionário com feedback automático e nota.
	2		Contraexemplo à diferenciabilidade. Diferenciabilidade implícita.	Aplicar a regra da cadeia (A3). Analisar a necessidade de hipóteses (A4).	Web aula síncrona encerrando diferenciabilidade, e orientação exercício individual. Devolução das entregas grupais.	Arriscar resposta correta online via mentimeter. Perguntas e respostas ao vivo.  Prova (individual)..  Autoavaliação
6	2	Extremos	Extremos locais. Pontos críticos. Aproximação de segunda ordem. Critério do Hessiano.	Achar e classificar pontos críticos aplicando os critérios (A3). Reconhecer extremos por métodos elementares, acotando (A4). Reproduzir a prova do critério de necessidade de ponto crítico (A2).	V4.1 pontos críticos v4.2 aprox. quad. e critério do hessiano Leitura J Stewart 14.7	Foro da unidade Questionário com feedback automático, formativo.
	2		Noções topológicas e parametrizações de conjuntos. Parametrizações e o Teorema da função implícita (sem prova). Multiplicadores de Lagrange	Aplicar métodos elementares ao problema de extremos restritos (A3). Conjuntos acotados, Teorema de Bolsano (sem prova). Interpretar o teorema da função implícita à luz da diferenciabilidade implícita (A2).	V4.3 extremos restritos e parametriz.de conj. V4.4 noções métricas e top. para conjuntos V4.5 diff. Implícita e o teo. Da função implícita. V4.6 exemplos de uso: conjuntos parametrizados e implícitos	
7	2		Multiplicadores de Lagrange, geral.	Aplicar o Critério dos Multiplicadores de Lagrange com um vínculo (A3).	V4.7 explicação do critério v4.8 exemplos de aplicação Leitura J Stewart 14.8	Questionário com feedback automático e nota.
	2		Multiplicadores de Lagrange, segunda parte.	Organizar um procedimento para achar extremos (A4). Aplicar o Critério de Multiplicadores de Lagrange para dois ou mais vínculos (A3).	V4.9 critério para vários vínculos e aplicações. Web aula síncrona orientação dos grupos	TP3 grupal: Elaboração de roteiro para achar extremos (pdf, lucidchart) + exercício integrador. Autoavaliação

8	2	Integrais	Integrais em geral. Definição intuitiva de integral. Área, volume. Funções integráveis. Teorema de Cavalieri-Fubini em paralelepípedos.	Interpretar o conceito de integral (A2) em uma variável e extrapolar a várias variáveis (A3). Aplicar o teorema de Fubini ao cômputo de integrais. Nomear as propriedades das funções integráveis (A1). Extrapolar a integrais de várias variáveis (A3).	V5.1 conceito de integral múltipla, defn. Riemann, funções integráveis, aprox. da integral V5.2 propriedades da integral V5.2 critério de Fubini V5.3 áreas, volumes Leitura J Stewart 15.1, 15.2	Foro da unidade
	2		Integrais simples. O TFC e a integral como anti-derivada. Integração por partes, substituição.	Deduzir os critérios em uma variável (A4), e aplicar-lhos ao cômputo de integrais iteradas (A3).	Revisão FUV por vídeos externos. Tabela de integrais.  Web aula síncrona, TFC e demonstrações de critérios e casos da tabela.	Entrega TP3
9	2		Integrais duplas. Parametrizações e tipos de regiões. Aplicação de Fubini. Área de um disco. Integrais em coordenadas polares.	Definir e reconhecer regiões de tipo I e II (A1). Exercício estandar: computar integrais duplas em regiões de tipo I e II (A3).	V5.4 regiões por tipo v5.5 regiões de tipo 3 e estratégia Fubini. V5.6 integrais em coord. Polares Leitura J. Stewart 10.4. v5.7 área do disco duas formas v5.8 exemplos de uso Leitura J. Stewart 15.3, 15.4, 15.5	Questionário com feedback automático formativo.
	2		Integrais duplas.	Fazer uso estratégico trocando ordem de iteração (comparar) para integrais duplas em regiões de tipo III (A4).	Web aula síncrona orientação do exercício	Prova (individual).
10	2		Integrais triplas, descrição de regiões. Integrais em coordenadas cilíndricas e esféricas.	Parametrizar regiões do espaço (A1). Definir integrais triplas (A1). Computar volumes (A3). Interpretar as fórmulas de mudança de variáveis específicas (A2).	V5.9 integrais triplas e tipos de regiões, exemplos v5.10 integrais em coordenadas cilíndricas v5.11 integrais em coordenadas esféricas Leitura J. Stewart 15.6, 15.7, 15.8.	Autoavaliação
	2		Teorema de mudança de variáveis em geral. Mudança linear.	Interpretar o teorema (A2). Aplicar o caso linear (A3).	V5.12 o teorema de mudança de variáveis. V5.13 área da elipse v5.14 Outros sistemas de coordenadas  Leitura J. Stewart 15.9 Web aula síncrona.	Questionário com feedback automático e nota.
11	2		Extremos restritos com integrais duplas e triplas	Otimização: aplicar os critérios de extremos operando com vínculos e funções definidas como integrais múltiplas (A3). Interpretar outros sistemas de coordenadas (A2).	V5.15 Exemplo de aplicação de Lagrange com integrais.	Questionário com feedback automático e nota. Autoavaliação



	2	Encerramento	Ultima aula	Consultas. Final do concurso de memes.	Web aula síncrona orientação do último exercício.	Autoavaliação Encerramento mural. Concurso de memes.
1	2		Epilogo (módulo bônus)	Referencias de fundamentos e de CVT	FVV_7.1 o quê vem depois FVV_7.2 por quê voltar ao anterior	-
2	2		Publicação notas preliminares.	-	-	Módulo de notas de Moodle.
1	-	Recuperação	Exame final recuperatório online	-	-	Exame final recuperatório online
3	-		Publicação notas finais.	-	-	Módulo de notas de Moodle.